



**Olimpiada Națională de Matematică**  
**Etapa locală- clasa a VIII-a**  
**10 februarie 2024**

1. Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi ecuația:  
 $\sqrt{x^2 - 2024} + \sqrt{2089 - x^2} = |46x + 2061|$ .
2. Fie  $a, b, d, e$  numere reale cu  $a > d$  și  $c = a^2 + b^2, f = d^2 + e^2, m = \frac{b-e}{a-d}, n = \frac{bd-ae}{a-d}$ .  
Arătați că, dacă  $x \in [-a; -d]$  și  $y = mx + n$ , atunci  
 $E(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c} + \sqrt{x^2 + y^2 + 2dx + 2ey + f}$  nu depinde de  $x$ .  
(Gazeta Matematică)
3. Se consideră piramida triunghiulară regulată  $VABC$  cu latura bazei de 12 cm și muchia laterală de 18 cm. Fie  $AM$  bisectoarea unghiului  $VAB$ ,  $M \in VB$ , și  $AN$  bisectoarea unghiului  $VAC$ ,  $N \in VC$ .
  - a) Calculați lungimea segmentului  $MN$ .
  - b) Dacă punctul  $P \in VA$  astfel încât  $MP \parallel AB$ , calculați aria triunghiului  $MNP$ .
4. Pe planul dreptunghiului  $ABCD$ , cu  $AD = a$  cm și  $DC = a\sqrt{2}$  cm, se ridică perpendiculara  $ND$ , cu  $ND = a$  cm. Fie  $DM \perp NA$ ,  $M \in NA$  și  $DQ \perp NB$ ,  $Q \in NB$ . Dacă  $S$  este mijlocul segmentului  $ND$ , aflați perimetrul triunghiului  $MQS$ .

**Notă: Fiecare subiecte este obligatoriu și se notează cu punctaje de la 0 la 7 puncte.**  
**Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**